

KBS TEKNISK RAPPORT

02

PM ANGÅENDE VÄRMELEDNINGSTAL
HOS JORDMATERIAL

Sven Knutsson och Roland Pusch
Högskolan i Luleå

Objekt 12.33

PM ANGÅENDE VÄRMELEDNINGSTAL
HOS JORDMATERIAL

Sven Knutsson och Roland Pusch
Högskolan i Luleå
Objekt 12.33

I slutet av rapporten har bifogats en förteckning över av KBS hittills publicerade tekniska rapporter i denna serie.

SUMMARY

A comprised survey of the available literature concerning the thermal conductivity of soil materials is done. Dry, moisty and water saturated masses of both artificial and natural materials are described. For calculation of the thermal conductivity, a technique proposed by Ø Johansen at NTH (Norway) is used. For a dry mass, with the porosity (n), the thermal conductivity can be calculated by using the equation (7) if the masses consist of natural soil deposits. If the masses originate from crushed products equation (9) should be used. For water saturated soils the porosity is of much less importance than in dry masses. The mineralogical composition has the utmost influence on the conductivity in saturated soils. Computations should therefore be performed by the equations (10) and (11) where q is the volumetric content of quartz.

If the soil is nonsaturated the conductivity can be calculated by the expression (12) where K_e is the "Kersten number". This is zero for dry material, one for saturated material and for nonsaturated material it follows the equations (13) and (14). The expression (14) is most suitable for clay and silt. Equation (13) should be used when dealing with sand and coarser materials.

PM

angående

VÄRMELEDNINGSTAL HOS JORDMATERIAL

Luleå 77-04-15

Avd för geoteknik
Högskolan i Luleå

Sven Knutsson Roland Pusch

PM^{1/} angående värmeledningstal hos jordmaterial

Ett stort antal undersökningar av värmeledningstalet hos jord finns beskrivna i litteraturen. Dessa undersökningar behandlar både krossat "artificiellt" och naturligt jordmaterial. Både torra, fuktiga och helt vattenmättade jordmaterial har beskrivits.

Den första större undersökningen gjordes av O Krischer, 1934. Denna följdes av W O Smiths undersökningar på amerikanska jordar (1938, 1939, 1942) och av norrmännen Watzingers, Kindem och Michelsens undersökningar på norska jordar (1938, 1941). Den första undersökningen i Sverige utfördes av Beskow 1935. 1949 presenterade M S Kersten ett mycket omfattande arbete på en rad jordmaterial från Alaska. Denna undersökning är den mest omfattande vad gäller jordmaterials värmeledningstal och ger ett omfattande empiriskt underlag. På senare tid har M van Rooyen och M F Winterkorns arbete från 1959 bidragit till vetandet i ämnet. Här skall också nämnas Saare, Weners undersökning från 1957 som i omfattning inte kan mäta sig med de övrigas, men ändå ger ett värdefullt bidrag till erfarenhetsunderlaget. Under den allra senaste tiden har även Institutt for Kjøleteknikk, NTH startat en omfattande försöksserie på norska jordar. Förutom dessa stora undersökningar har även en del spridda singulärförsök publicerats.

1 _Torra_jordarter_

I en torr jordart är i de allra flesta fall förhållandet mellan det högsta och lägsta värmeledningstalet (λ_2/λ_1) hos delkomponenterna långt större än 100. Det bäst värmeledande materialet utgörs av mineralpartiklarna ($\lambda \approx 2 - 5$ W/m K) och det sämst värmeledande av luften i porerna ($\lambda \approx 0.024$ W/m K). Med ledning av dessa två värmeledningstal kan man säga att en torr jords värmeledningstal måste ligga mellan dessa båda ytterlighetsvärden. Känner man volymandelarna av respektive fas kan en säkrare uppskattning av det sammansatta systemets värmeledningstal göras. Med hjälp av Wieners arbete (1912) kan man bevisa att

1/ utredningen gjord av civ ing Sven Knutsson, avd f
geoteknik, LuH

$$\lambda_H = \left(\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{\lambda_i} \right)^{-1} \quad (\text{harmoniska medelvärdet})$$

$$\lambda_A = \sum_{i=1}^m n_i \lambda_i \quad (\text{aritmetiska medelvärdet})$$

$$\lambda_H \leq \lambda \leq \lambda_A \quad (\text{Wiener-gränser})$$

En ytterligare förbättring av uppskattningen kan erhållas om materialet är isotropt och homogent. På grundval av ett arbete utfört av Z Hashin och S Shtrikman (1962) kan ett tvåkomponentsystems värmeledningstal inringas med följande gränser:

$$\frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda + 2\lambda_1} \geq (1-n) \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 + 2\lambda_1} \quad \lambda_2 > \lambda_1 \quad (1)$$

$$\frac{\lambda - \lambda_2}{\lambda + 2\lambda_2} \leq n \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + 2\lambda_2} \quad \lambda_2 > \lambda_1 \quad (2)$$

På motsvarande sätt gäller för system med m komponenter:

Värmeledningstalen ordnas efter stigande ordning så att

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_i < \lambda_{i+1} < \dots < \lambda_m$$

$$\frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda + 2\lambda_1} \geq \sum_{i=2}^m n_i \frac{\lambda_i - \lambda_1}{\lambda_i + 2\lambda_1} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda - \lambda_m}{\lambda + 2\lambda_m} \leq \sum_{i=1}^{m-1} n_i \frac{\lambda_i - \lambda_m}{\lambda_i + 2\lambda_m} \quad (4)$$

Dessa gränser representerar den bästa uppskattningen av ett systems värmeledningstal då inte den exakta mikrostrukturella uppbyggnaden är klar. Gränserna (övre och nedre) sammanfaller praktiskt taget då $\lambda_2/\lambda_1 \leq 3$. Är detta förhållande mindre än 10 utgör variationen mellan gränserna mindre än $\pm 10\%$. Variationen mellan gränserna blir större ju större λ_2/λ_1 är. Vid ett förhållande på 100 blir gränserna enligt Fig. 1.

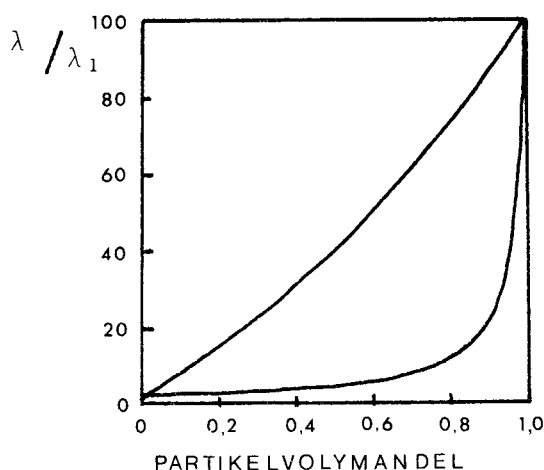


Fig. 1. Hashin-Shtrikman gränser för material med två komponenter om $\lambda_2/\lambda_1 = 100$.

Ur figuren kan utläsas att vid en porositet på 40 %, d v s en partikelvolymandel på 60 %, är värmeledningstalet vid övre gränsen ca 7 gånger större än vid nedre. De båda gränserna representerar extrema förhållanden i mikrostrukturellt hänseende som man inte finner i jord. De ger dock en uppfattning om vilken betydande inverkan som mikrostrukturen har för värmeledningstalet hos torr jord.

Vid de förhållanden mellan komponenternas värmeledningstal som är aktuella vid torra jordarter, finner man att variationer i partiklarnas värmeledningstal spelar en underordnad roll. Vid $\lambda_2/\lambda_1 = 100$ krävs mer än en 10-dubbling av partiklarnas värmeledningstal för att systemets λ skall öka 50 %. Om motsvarande förhållande är 10 krävs knappt 3 gångers ökning för motsvarande höjning av värmeledningstalet.

För torra jordar kan således sammanfattas:

- Stor inverkan av variation i mikrostruktur
- Liten inverkan av variation i partiklarnas värmeledningstal

Dessa postulat bekräftas av mätningar som finns utförda på torra jordar. Av dessa kan nämnas W O Smiths mätningar (1938, 1942) samt Ø Johansens (1973).

Den stora inverkan av mikrostrukturen gör att semiempiriska beräkningsmetoder måste användas då värmeledningstalet för en torr jord skall beräknas.

Ett villkor för modellen är att gränsvillkoren är uppfyllda, d v s att:

$$\lambda = \lambda_1 = \lambda_{\text{luft}} \quad \text{när } n = 1.0$$

$$\lambda = \lambda_2 = \lambda_{\text{partikel}} \quad \text{när } n = 0.0$$

Ett uttryck som har använts mycket för detta ändamål är Maxwell-Fricks ekvation:

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{n+(1-n)F \cdot \lambda_1/\lambda_2}{n+(1-n)F} \quad (5)$$

där formfaktorn F ges av

$$F = 1/3 \sum_{i=1}^3 \left[1 + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_i} - 1 \right) g_i \right]^{-1} \quad (6)$$

$$g_1 + g_2 + g_3 = 1.0$$

Denna har bl a använts av de Vries som satte $g_1 = g_2 = 0.125$ och $g_3 = 0.750$.

Ø Johansen föreslår att $g_1 = g_2 = 0,10$ och $g_3 = 0,80$, vilket ger en betydligt bättre anpassning av beräknat och uppmätt värmeledningstal. Beräknat λ stämmer då väl överens med uppmätt λ om λ_2/λ_1 ligger i intervallet 100 till 200.

Sätter man detta förhållande till 125 och använder Maxwell-Fricks ekvation erhålls:

$$\lambda = 0.024 \cdot \frac{n+(1-n)6.65}{n+(1-n)0,053} \quad \text{där } n = \text{porositeten} \quad (7)$$

Mätningar av λ på torra jordar som redovisats i litteraturen har jämförts med ett från ovanstående uttryck beräknat λ . Samtliga resultat faller inom felgränsen ± 20 %.

Ett något enklare uttryck erhålls om porositeten n ersätts av

$$1-n = \frac{\rho_D}{\rho_S}$$

Detta ger

$$\lambda = \frac{0,024 \rho_S + 0,136 \rho_D}{\rho_S - 0,947 \rho_D} \pm 20 \% \quad (8)$$

Uttrycket ovan gäller jordmaterial som inte består av krossade produkter. Om så är fallet ger ett rent empiriskt uttryck den bästa överensstämmelsen med uppmätta värden. Detta uttryck kan skrivas

$$\lambda = 0.039 \cdot n^{-2,2} \pm 25 \% \quad (9)$$

Van Rooyen och Winterkorn (1959) redovisar för en sand-lerblandning λ -värden som är högre än de man skulle vänta sig från uttryck (8). Detta material blandades i vått tillstånd och bestod av en kvartsrik (94 %) sand och en kaolinlera. Vid en inblandning av 1 % kaolinit bestämdes λ till 0.54 W/m K, men redan vid 3 % var $\lambda = 0,82$ W/m K. Då blandningen bestod av 10 % lera och 90 % sand mättes λ till 1,15 W/m K. Beräknat λ med hjälp av (8) torde ligga kring 0,4-0,6 W/m K. Även Farouki (1966) redovisar liknande värden men han fann att λ hade ett maximum vid ca 8 % kaolinblandning. Vid större inblandning minskade λ åter. Det maximala λ blev bestämt till hela 2,5 W/m K, vid en torrdensitet på 2,1 t/m³.

Genomgående för dessa resultat är att de erhållits på material som blandats i fuktigt tillstånd och sedan torkats. Farouki redovisar mätningar på motsvarande material som blandats i torrt tillstånd. Detta material har ett λ som endast är ca 50 % av det som erhöles då komponenterna blandades i fuktigt tillstånd.

Förklaringen anges vara att lerpartiklarna koncentreras till meniskerna vid sandpartiklarna under den gradvisa uttorkningen. Detta ger upphov till effektiva värmebryggor. Blandas komponenterna torrt får man en mer homogen blandning utan sådana bryggor.

2 Vattenmättade jordar

I en vattenmättad jord är λ_2/λ_1 betydligt lägre än i en torr jord. $\lambda_2 \approx 2-5$ W/m K och $\lambda_1 \approx 0.57$ W/m K ger $\lambda_2/\lambda_1 \approx 3-9$. Detta medför att Hashin-Shtrikman gränserna blir tämligen snäva. Beräknas λ för en vattenmättad jord, som geometriska medelvärdet av λ för de ingående komponenterna hamnar man alltid mellan dessa båda gränser. Många forskare föreslår detta sätt att bestämma λ (bl a W Woodside och J H Messmer (1961), J H Sass (1971) och Ø Johansen (1973)).

Beräkningen sker alltså med hjälp av (10)

$$\lambda = \lambda_1^n \cdot \lambda_2^{1-n} \quad (10)$$

där

n = porositeten (volymandelen)

λ_1 = värmeledningstal hos vatten ($\approx 0,57$ W/m K)

λ_2 = värmeledningstal hos de fasta partiklarna

Bestämningen av λ_2 kan även göras med hjälp av ett geometriskt medelvärde av de i partikeln ingående mineralens värmeledningstal. Kvarts är det mineral som har det högsta värmeledningstalet (ca 7.7 W/m K) medan andra vanliga mineraler ligger kring 2 W/m K. λ_2 kan alltså bestämmas ur (11)

$$\lambda_2 = 2^{1-q} \cdot 7,7^q \quad (11)$$

där q = volymandelen kvarts i mineralpartikeln.

Detta sätt att beräkna värmeledningstalet hos vattenmättad jord stämmer väl överens med utförda mätningar av t ex Kersten (1949) Kasameyer (1972) och Ratcliffe (1960). Felet rapporteras vara ± 15 %.

3 Icke vattenmättade mineraljordart

En delvis mättad jord består av tre komponenter: mineralpartiklar, luft och vatten. Detta ger att λ_2/λ_1 blir stort, ca 100-200. Även i detta fall, liksom vid torra jordar, blir man således hänvisad till empiriska eller semiempiriska uttryck då man vill beräkna λ .

λ för en delvis mättad jord måste ligga mellan λ för den torra jorden och λ för den helt vattenmättade jorden. Detta medför att det blir lämpligt att definiera ett normaliserat värmeledningstal (se Ø Johansen 1973), kallat "Kerstens tal, K_e "

$$K_e = \frac{\lambda - \lambda^0}{\lambda^1 - \lambda^0} \quad (12)$$

där λ^0 = λ för torr jord

λ^1 = λ för vattenmättad jord

λ = λ för aktuell vattenmättnadsgrad

K_e blir alltså = 0 för torrt material och = 1 för vattenmättat.

Gjorda experimentella mätningar främst av Kersten 1949 visar att K_e kan uppskattas med ledning av vattenmättnadsgraden S_r . Mätningarna som i flesta fall är gjorda vid +4°C ger för grovkorniga jordar (sand och grövre)

$$K_e \approx 0,7 \log S_r + 1,0 \quad (13)$$

om $S_r > 0,05$

För finkorniga jordar (lera och silt) erhålls

$$K_e \approx \log S_r + 1.0 \quad (14)$$

om $S_r > 0.1$

När jorden inte är helt vattenmättad spelar variationer i temperaturen en större roll för λ än vid helt torra eller helt vattenmättade jordar. Inverkan för finkorniga jordar är störst vid mättnadsgrader från 15 till 50 % och för grovkorniga från 5 till 50 %, allt enligt Kerstens undersökningar. Temperaturberoendet orsakas till största delen av diffusions- och konvektionseffekter i porsystemet. Dessa effekter är inte helt klarlagda idag och särskilt inte vid högre temperaturer. För de bergartsbildande materialen har λ :s temperaturberoende studerats av bl a Birch och Clark (1940), se Fig. 2.

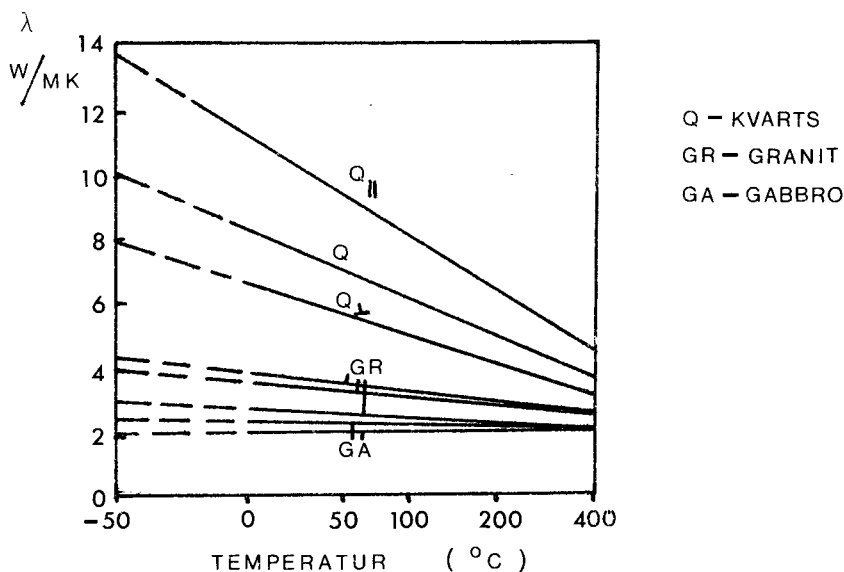


Fig. 2. Värmeledningstalet som funktion av temperaturen för kvarts samt några andra bergarter (Birch och Clark 1940)

Det är främst kvarts som uppvisar något temperaturberoende på λ , medan övriga undersökta minerals λ är praktiskt taget oberoende av temperaturnivån. För kvarts är även skillnaden stor om värmen leds vinkelrätt eller parallellt med optiska axeln hos enkristaller.

Slutsatser

Värmeledningstalet för olika jordar, vattenmättade, torra och fuktiga har studerats både teoretiskt och experimentellt av ett flertal forskare genom åren. De beräkningsmetoder man har idag för att bestämma λ , kan man troligen inte räkna med att förfina för lång tid framöver. Av denna anledning kan en punktinsats i form av en serie experimentella λ -bestämningar av den typ Risø-gruppen tänkt sig inte prioriteras särskilt högt. En direkt mätning av temperaturfördelningen i ett stort försök där hela deponeringstekniken simuleras är att föredra. Vid sådana försök kontrolleras randbetingelserna med avseende på vattenupptagning, vilket ger besked i den viktigaste frågan: samspelet mellan vatten- och luftrörelser vid uppkommande temperaturgradienter.

Luleå 1977-04-05



Roland Pusch

avd f geoteknik, Högskolan i Luleå

LITTERATURREFERENSER

- O Krischer Die Leitfähigkeit des Erdbodens. Beihefts zum Gesundheits-Ingenieur. Reihe I. Heft 33. Munchen 1934.
- W O Smith och
H G Byers The Thermal Conductivity of Dry Soils of Certain of the Great Soil Group. Am. Soc. Soil Sci. Proc. 3. 1938 s 13-19.
- W O Smith Thermal Conductivity in Moist Soils. Soil Sci. Soc. Am. Proc. 4. 1939 s 32-40.
- W O Smith The Thermal Conductivity of Dry Soil. Soil Science 53. 1942 s 435-459.
- A Watzinger m fl Undersøkelse av masseutskiftningsmaterialer for veg- og jernbanebygging. Medd. fra Vegdirektøren. 1938 nr 6.
- A Watzinger m fl Undersøkelse av masseutskiftningsmaterialer for veg- og jernbanebygging. Medd. fra Vegdirektøren. 1941 nr 6, 7 och 8.
- M S Kersten Thermal Properties of Soils. Univ. of Minnesota. Inst. of Technology. Bull. no. 28. June 1949.
- M van Rooyen och
H F Winterkorn Structural and Textural Influences on Thermal Conductivity of Soils. Highway Research Board. Proc. Washington DC. 1959 s 576-621.
- D A de Vries Het warmtegeledingsvermogen van ground. Medd. Landbouwhogeschool. Wageningen. 52. 1952.
- E Saare och
C G Wenner Värmeledningstal hos olika jordarter. Statens råd för byggnadsforskning. Handling nr 31 1957.
- Ø Johansen Vermeledningsevne av jordarter. Institutt for kjøleteknikk, Trondheim 1975.

- O T Farouki Physical Properties of Granular Materials
with Reference to Thermal Resistivity,
Highway Res. Rec. 128. 1966 s 25-43.
- E H Ratcliffe The Thermal Conductivities of Ocean Sedi-
ments. J. Geophys. Res. 65. (5). 1960
s 1535-1541.
- P W Kasameyer
m fl Layers of High Thermal Conductivity in the
North Atlantic. J. Geophys. Res. 77. (17).
1972 s 3162-3167.
- F Birch och
H Clark The Thermal Conductivity of Rocks. American
Journal of Science. 238. (8). 1940 s 529-558.
- Z Hashin och
S Shtrikman A Variational Approach to the Theory of the
Effective Magnetic Permeability of Multiphase
Materials. J. Appl. Phys. 33. (10). 1962
s 3125-3131.
- J H Sass m fl Thermal Conductivity of Rocks from Measure-
ments on Fragments. J. Geophys. Res. 76.
(4). s 3391-3401.
- W Woodside och
J H Messmer Thermal Conductivity of Porous Media. I.
Unconsolidated Sand. J. Appl. Phys. 32. (9).
1961 s 1688-1699.

Förteckning över tekniska rapporter

01. Källstyrkor i utbränt bränsle och högaktivt avfall från en PWR beräknade med ORIGEN
Nils Kjellbert
AB Atomenergi 77-04-05
02. PM angående värmeledningstal hos jordmaterial
Sven Knutsson och Roland Pusch
Högskolan i Luleå 77-04-15
03. Deponering av högaktivt avfall i borrhål med buffertsubstans
A Jacobsson och R Pusch
Högskolan i Luleå 77-05-27
04. Deponering av högaktivt avfall i tunnlar med buffertsubstans
A Jacobsson, R Pusch
Högskolan i Luleå 77-06-01
05. Orienterande temperaturberäkningar för slutförvaring i berg av radioaktivt avfall
Roland Blomqvist
AB Atomenergi 77-03-17
06. Groundwater movements around a repository,
Phase 1, State of the art and detailed study plan
Ulf Lindblom
Hagconsult AB 77-02-28
07. Resteffekt för KBS del 1
Litteraturgenomgång Del 2 Beräkningar
K Ekberg, N Kjellbert, G Olsson
AB Atomenergi 77-04-19

08. Utlakning av franskt, engelskt och kanadensiskt glas med högaktivt avfall
Göran Blomqvist
AB Atomenergi 77-05-20
09. Diffusion of soluble materials in a fluid filling a porous medium
Hans Häggblom
AB Atomenergi 77-03-24
10. Translation and development of the BNWL-Geosphere Model
Bertil Grundfelt
Kemakta Konsult AB 77-02-05
11. Utredning rörande titans lämplighet som korrosionshärdig kapsling för kärnbränsleavfall
Sture Henriksson
AB Atomenergi 77-04-18
12. Bedömning av egenskaper och funktion hos betong i samband med slutlig förvaring av kärnbränsleavfall i berg
Sven G. Bergström
Göran Fagerlund
Lars Rombén
Cement och Betonginstitutet 77-06-22
13. Utlakning av använt kärnbränsle (bestrålad uranoxid) vid direktdeponering
Ragnar Gelin
AB Atomenergi 77-06-08
14. Influence of cementation on the deformation properties of bentonite/quartz buffer substance
R. Pusch
Högskolan i Luleå 77-06-20

15. Orienterande temperaturberäkningar för
slutförvaring i berg av radioaktivt avfall
Rapport 2
Roland Blomquist
AB Atomenergi 77-05-17
16. Översikt av utländska riskanalyser samt
planer och projekt rörande slutförvaring
Åke Hultgren
AB Atomenergi augusti 1977
17. The gravity field in Fennoscandia and
postglacial crustal movements
Arne Bjerhammar
Stockholm augusti 1977
18. Rörelser och instabilitet i den svenska
berggrunden
Nils-Axel Mörner
Stockholms universitet augusti 1977
19. Studier av neotektonisk aktivitet i mellersta
och norra Sverige, flygbildsgenomgång och
geofysisk tolkning av recenta förkastningar
Robert Lagerbäck
Herbert Henkel
SGU september 1977
20. Tektonisk analys av södra Sverige
Vättern - Norra Skåne
Kennert Röshoff
Erik Lagerlund
Luleå och Lund september 1977
21. Earthquakes of Sweden 1891-1957
1963-1972
Ota Kulhànek
Rutger Wahlström
Uppsala universitet september

22. The influence of rock movement on the stress/strain situation in tunnels or bore holes with radioactive consisters embedded in a bentonite/quartz buffer mass.
Roland Pusch
Högskolan i Luleå 1977-08-22
23. Water uptake in a bentonite buffer mass.
A model study.
Roland Pusch
Högskolan i Luleå 1977-08-22
24. Beräkning av utlakning av vissa fissionsprodukter och aktinider från en cylinder av franskt glas.
Göran Blomqvist
AB Atomenergi 1977-07-27